

# 三十分理解：线性插值，双线性插值 Bilinear Interpolation 算法

## 线性插值

先讲一下线性插值：已知数据  $(x_0, y_0)$  与  $(x_1, y_1)$ ，要计算  $[x_0, x_1]$  区间内某一位置  $x$  在直线上的  $y$  值（反过来也是一样，略）：

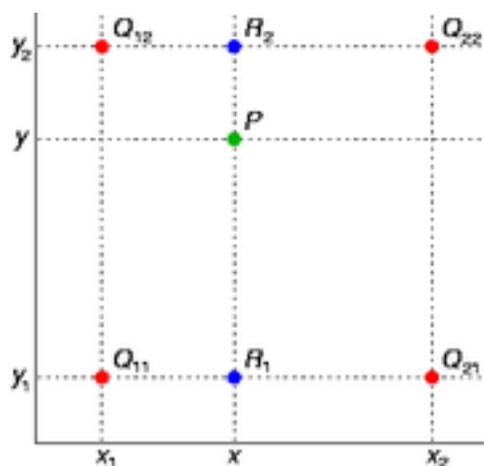
$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

$$y = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} y_1 + \frac{x_1 - x}{x_1 - x_0} y_0$$

上面比较好理解吧，仔细看就是用  $x$  和  $x_0, x_1$  的距离作为一个权重，用于  $y_0$  和  $y_1$  的加权。双线性插值本质上就是在两个方向上做线性插值。

## 双线性插值

在数学上，双线性插值是有两个变量的插值函数的线性插值扩展，其核心思想是在两个方向分别进行一次线性插值[1]。见下图：



假如我们想得到未知函数  $f$  在点  $P = (x, y)$  的值，假设我们已知函数  $f$  在  $Q_{11} = (x_1, y_1)$ 、 $Q_{12} = (x_1, y_2)$ 、 $Q_{21} = (x_2, y_1)$  以及  $Q_{22} = (x_2, y_2)$  四个点的值。最常见的情况， $f$  就是一个像素点的像素值。首先在  $x$  方向进行线性插值，得到

$$f(R_1) \approx \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(Q_{11}) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(Q_{21}) \quad \text{where } R_1 = (x, y_1),$$

$$f(R_2) \approx \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(Q_{12}) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(Q_{22}) \quad \text{where } R_2 = (x, y_2).$$

然后在  $y$  方向进行线性插值，得到

$$f(P) \approx \frac{y_2 - y}{y_2 - y_1} f(R_1) + \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} f(R_2).$$

综合起来就是双线性插值最后的结果：

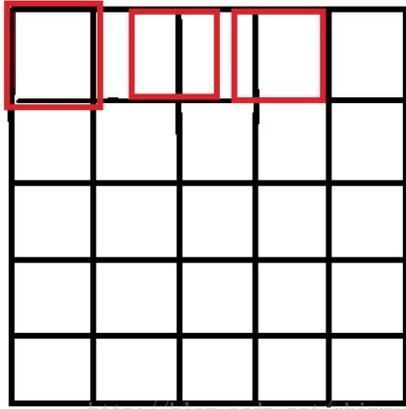
$$f(x, y) \approx \frac{f(Q_{11})}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} (x_2 - x)(y_2 - y) + \frac{f(Q_{21})}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} (x_2 - x_1)(y_2 - y) + \frac{f(Q_{12})}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} (x_2 - x)(y - y_1) + \frac{f(Q_{22})}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} (x - x_1)(y - y_1).$$

由于图像双线性插值只会用相邻的 4 个点，因此上述公式的分母都是 1。

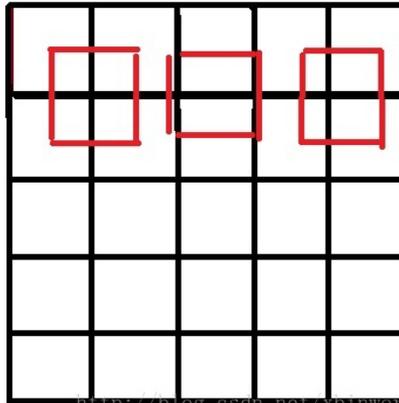
opencv 中的源码如下，用了一些优化手段，比如用整数计算代替 float（下面代码中的 \*2048 就是变 11 位小数为整数，最后有两个连乘，因此 >>22 位），以及源图像和目标图像几何中心的对齐

```
SrcX=(dstX+0.5)*(srcWidth/dstWidth)-0.5
SrcY=(dstY+0.5)*(srcHeight/dstHeight)-0.5,
```

这个要重点说一下，源图像和目标图像的原点  $(0, 0)$  均选择左上角，然后根据插值公式计算目标图像每点像素，假设你需要将一幅  $5 \times 5$  的图像缩小成  $3 \times 3$ ，那么源图像和目标图像各个像素之间的对应关系如下。如果没有这个中心对齐，根据基本公式去算，就会得到左边这样的结果；而用了对齐，就会得到右边的结果：



<http://blog.csdn.net/xbinworld>



<http://blog.csdn.net/xbinworld>

```
cv::Mat matSrc, matDst1, matDst2;
```

```
matSrc = cv::imread("lena.jpg", 2 | 4);
```

```
matDst1 = cv::Mat(cv::Size(800, 1000), matSrc.type(), cv::Scalar::all(0));
```

```
matDst2 = cv::Mat(matDst1.size(), matSrc.type(), cv::Scalar::all(0));
```

```
double scale_x = (double)matSrc.cols / matDst1.cols;
```

```
double scale_y = (double)matSrc.rows / matDst1.rows;
```

```
uchar* dataDst = matDst1.data;
```

```
int stepDst = matDst1.step;
```

```
uchar* dataSrc = matSrc.data;
```

```
int stepSrc = matSrc.step;
```

```
int iWidthSrc = matSrc.cols;
```

```
int iHeightSrc = matSrc.rows;
```

```
for (int j = 0; j < matDst1.rows; ++j)
```

```
{
```

```
    float fy = (float)((j + 0.5) * scale_y - 0.5);
```

```
    int sy = cvFloor(fy);
```

```
    fy -= sy;
```

```
    sy = std::min(sy, iHeightSrc - 2);
```

```
    sy = std::max(0, sy);
```

```
    short cbufy[2];
```

```
    cbufy[0] = cv::saturate_cast<short>((1.f - fy) * 2048);
```

```

cbufy[1] = 2048 - cbufy[0];

for (int i = 0; i < matDst1.cols; ++i)
{
    float fx = (float)((i + 0.5) * scale_x - 0.5);
    int sx = cvFloor(fx);
    fx -= sx;

    if (sx < 0) {
        fx = 0, sx = 0;
    }
    if (sx >= iWidthSrc - 1) {
        fx = 0, sx = iWidthSrc - 2;
    }

    short cbufx[2];
    cbufx[0] = cv::saturate_cast<short>((1.f - fx) * 2048);
    cbufx[1] = 2048 - cbufx[0];

    for (int k = 0; k < matSrc.channels(); ++k)
    {
        *(dataDst+ j*stepDst + 3*i + k) = *(dataSrc + sy*stepSrc +
3*sx + k) * cbufx[0] * cbufy[0] +
        *(dataSrc + (sy+1)*stepSrc + 3*sx + k) * cbufx[0] *
cbufy[1] +
        *(dataSrc + sy*stepSrc + 3*(sx+1) + k) * cbufx[1] *
cbufy[0] +
        *(dataSrc + (sy+1)*stepSrc + 3*(sx+1) + k) * cbufx[1] *
cbufy[1]) >> 22;
    }
}
}
cv::imwrite("linear_1.jpg", matDst1);

cv::resize(matSrc, matDst2, matDst1.size(), 0, 0, 1);
cv::imwrite("linear_2.jpg", matDst2);

```

好了，本篇到这里，欢迎大家分享转载，注明出处即可。

## 参考资料

- [1] [双线性插值\(Bilinear Interpolation\)](#)
- [2] [OpenCV ——双线性插值 \( Bilinear interpolation \)](#)
- [3] [双线性插值算法及需要注意事项](#)
- [4] [OpenCV 中 resize 函数五种插值算法的实现过程](#)